Correction des exercices de révisions :

Bien préparer son entrée en première S

Correction des exercices de calcul littéral, inéquations et généralités sur les fonctions :

Exercice 1 :

1. $A=(x^2+8x+16)-(x^2-4x+3x-12)=x^2+8x+16-x^2+x+12=9x+28$

$B=3(x^2-1)+(2x^2-2x+5x-5)=3x^2-3+2x^2+3x-5=5x^2+3x-8$

$C=-(x^2-9)-4(2x^2+6x+x+3)=-(x^2-9)-4(2x^2+7x+3)=-x^2+9-8x^2-28x-12=-9x^2-28x-3$

2. $D=(-6x-3)[(3x+1)-(x-1)]=(-6x-3)(3x+1-x+1)=(-6x-3)(2x+2)$

$E=(7x)^2-3^2=(7x-3)(7x+3)$

$F=(10x)^2+2\times 10x\times 5+5^2=(10x+5)^2$

$G=[(3x-1)-(5x-4)][(3x-1)+(5x-4)]=(3x-1-5x+4)(3x-1+5x-4)=(-2x+3)(8x-5)$

Exercice 2 :

1. $9-16x<-10x-8$ équivaut à $9+8<-10x+16x$ équivaut à $17<6x$ équivaut à $\frac{17}{6}<x$.

Les solutions sont les nombres strictement plus grand que $\frac{17}{6}$ soit l'intervalle : $\left]\frac{17}{6};+\infty\right[$.

2. On a un produit de facteurs du premier degré. On va faire un tableau de signes.

x	–∞		1		2		+∞
2x–4		–		–	0	+	
3–3x		+	0	–		–	
(2x–4)(3–3x)		–	0	+	0	–	

Les solutions sont donc : S=[1;2]

3. On a un quotient de facteurs du premier degré. On va faire un tableau de signe.

x	–∞		–3		$-\frac{1}{6}$		+∞
–x–3		+	0	–		–	
6x+1		–		–	0	+	
$\frac{-x-3}{6x+1}$		–	0	+		–	

Les solutions sont $S=]-\infty;-3]\cup\left]\frac{-1}{6};+\infty\right[$

Exercice 3 :

1

	f	*g*	*h*	*k*
A	×			
B				×
C			×	
D		×		

2. (a) intersection des deux paraboles en *x*= -2 et *x* = 2

(b) *A* et *C* se coupent une seule fois en *x*= 1

(c) sur] -2 ; 2 [

(d) on cherche quand *A* est en dessous de *B* : sur [0 ;2]

3. $x^2-3=5-x^2$ équivaut à $2x^2=8$ soit $x^2=4$. Les solutions sont donc 2 et -2.

Exercice 4 :

1. Faux. En revanche $f(7)=5$ **2.** Vrai **3.** Faux $f(-8)<f(-7)$ car la fonction *f* est croissante sur [-9;2]

4. Faux puisque $f(-9)=-8$ **5.** Faux puisque sur [2;6], le minimum est 1.

Correction des exercices sur le second degré :

Exercice 1 :

1. -En développant *f* on obtient : $f(x)=3x^2+12x-15x-60=3x^2-3x-60$.
- On a : $3(x-0{,}5)^2-60{,}75=3(x^2-x+0{,}25)-60{,}75=3x^2-3x+0{,}75-60{,}75=3x^2-3x-60=f(x)$

2. **a.** On considère la forme développée de *f*. $f(x)=-60$ devient $3x^2-3x-60=-60$ soit $3x^2-3x=0$ ou encore $3x(x-1)=0$.
Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul ce qui donne ici $x=0$ ou $x-1=0$
L'équation a deux solutions $x=0$ et $x=1$

b. On considère la forme factorisée de *f*. L'inéquation devient $(3x-15)(x+4)\leqslant 0$.
On dresse un tableau de signes :

x	–∞		–4		5		+∞	+
3x–15		–		–	0	+		
x+4		–	0	+		+		
f(x)		+	0		0	+		?

L'inéquation $(3x-15)(x+4)\leqslant 0$ a donc pour solutions l'intervalle [-4;5].

c. On considère la forme canonique $f(x)=3(x-0{,}5)^2-60{,}75$. L'extremum est atteint lorsque $x-0{,}5=0$ soit lorsque $x=0{,}5$. Il vaut alors $f(0{,}5)=-60{,}75$. C'est un minimum car $3>0$. D'où le tableau de variation :

x	–∞		0,5		+∞
f(x)		↘	–60,75	↗	

d. On peut par exemple prendre la forme développée : $f(-2)=3\times(-2)^2-3\times(-2)-60=12+6-60=-42$

Exercice 2 :

g et *k* sont représentées par des paraboles qui ont un maximum car le coefficient de x^2 est négatif. Elles sont donc représentées par C et D. On remarque que $k(1)=0$ donc que la courbe qui représente k passe par le point de coordonnées (1;0). Ainsi *k* est représentée par D et *g* par C.

Le sommet de la parabole qui représente *f* est atteint lorsque $x-1=0$ soit lorsque $x=1$ et il vaut $f(1)=3$. Ainsi B représente *f* et par élimination A représente *h*.

Exercice 3 :

$f(x)=1$ équivaut à $-x^2-2x+1=1$ ou encore $-x^2-2x=0$
On factorise : $-x(x+2)=0$
Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul, soit : *x=0* ou *x+2=0*
Les solutions sont donc 0 et -2.
On sait que si x_0 désigne l'abscisse du sommet de la parabole alors $x=x_0$ est un axe de symétrie de la parabole. A(0;1) et B(-2;1) sont symétriques par rapport à cet axe. Par conséquent , $x_0=\frac{0-2}{2}=-1$
$f(x_0)=-(-1)^2-2\times(-1)+1=-1+2+1=2.$ Les coordonnées du sommet sont donc $S(-1;2)$.
Le coefficient de x^2 est négatif donc la parabole admet un maximum, d'où le tableau de variations :

x	–∞		–1		+∞
f(x)		↗	2	↘	

Exercice 4 :

Comme la parabole représentant *h* a pour sommet S(3;-2), alors $h(x)=a(x-3)^2-2$. Comme A(1;2) appartient à la courbe représentant *h*, on a : $h(1)=a(1-3)^2-2=4a-2=2$ soit $a=1$ d'où $h(x)=1(x-3)^2-2$

Exercice 5 :

En posant $CE=x$, on peut dire que l'aire du rectangle DGFE est $A(x)=(6-x)\times x=6x-x^2$

C'est un polynôme du second degré. La courbe qui le représente admet un sommet qui est un maximum car le coefficient de x^2 est négatif.

$A(x)=x(6-x)$ et donc $A(x)=0$ équivaut à $x(6-x)=0$. Ceci est une équation produit dont les solutions sont 0 et 6. On en déduit que les points H(0;0) et I(6;0) sont symétriques par rapport à l'axe de symétrie de la parabole et ainsi on obtient l'abscisse du sommet : $x_0=\frac{0+6}{2}=3$. L'ordonnée du sommet est $y_0=A(3)=6\times 3-3^2=9$

D'où le tableau de variations :

x	0	3	6
A(x)	↗	9	↘

L'aire maximale est donc de 9 cm^2

Correction des exercices sur les équations de droites :

Exercice 1 :

d1 : coefficient directeur : $-\frac{1}{3}$; ordonnée à l'origine : 4 ; équation : $y=-\frac{1}{3}x+4$

d2 : coefficient directeur : 1 ; ordonnée à l'origine : 5 ; équation : $y=x+5$

d3 : coefficient directeur : $\frac{4}{3}$; ordonnée à l'origine : 0 ; équation : $y=\frac{4}{3}x$

d4 : coefficient directeur : 0 ; ordonnée à l'origine : 4 ; équation : $y=4$

Exercice 2 :

premier cas :

$x_A=x_B=2$ donc (AB) est parallèle à l'axe des ordonnées . Par suite (d') qui est aussi parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $x=c$ et comme elle passe par E, on obtient : $x=-\frac{3}{2}$

deuxième cas :

$x_A \neq x_B$, donc le coefficient directeur de (AB) est $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{3-1}{2-3}=-2$ et (d') qui est parallèle à (AB) a également -1 comme coefficient directeur. Son équation est donc de la forme : $y=-2x+b$. Comme E(-8;6,3) est un point de (d'), on obtient : 6,3=-2(-8)+b et b= 6,3-16= -9,7 .
D'où l'équation de (d') : $y=-2x-9{,}7$.

troisième cas :

$y_A=y_B=-1$, donc (AB) est parallèle à l'axe des abscisses. Par suite (d') est également parallèle à l'axe des abscisses et a une équation de la forme $y=c$. Comme elle passe par E, l'équation de (d') est $y=2$.

Exercice 3 :

Le centre de gravité est le point d'intersection des médianes dans un triangle. Nous allons donc déterminer les équations de deux médianes.
Médiane issue de A : C'est la droite passant par A et par le milieu I de [BC].

Coordonnées de I : $\left(\frac{5+3}{2};\frac{-1+1}{2}\right)$ soit I(4;0)

$x_A \neq x_I$ donc l'équation de (AI) est de la forme $y=mx+b$ et le coefficient directeur de (AI) est : $m=\frac{y_A-y_I}{x_A-x_I}=\frac{3-0}{5-4}=3$

L'équation de la médiane (AI) est donc de la forme : $y=3x+b$.
Comme I est un point de cette droite, on obtient : $0=4\times3+b$ et $b=-12$
D'où l'équation de (AI) : $y=3x-12$

Médiane issue de B :C'est la droite passant par B et par le milieu J de [AC].

Coordonnées de J: $\left(\frac{5+3}{2};\frac{3+1}{2}\right)$ soit J(4;2)

$x_B \neq x_J$ (BJ) a une équation de la forme $y=mx+b$ avec : $m=\frac{y_B-y_J}{x_B-x_J}=\frac{-1-2}{5-4}=-3$

L'équation de la médiane (AI) est donc de la forme : $y=-3x+b$.
Comme J est un point de cette droite, on obtient : $2=-3\times4+b$ et $b=14$
D'où l'équation de (AI) : $y=-3x+14$

Il s'agit maintenant de résoudre le système : $y=3x-12$
$y=-3x+14$

On obtient : $3x-12=-3x+14$ soit $6x=26$ et $x=\frac{26}{6}=\frac{13}{3}$ et alors $y=\frac{3\times13}{3}-12=13-12=1$

d'où les coordonnées du centre de gravité : $\left(\frac{13}{3};1\right)$

Exercice 4 :

1. **a.** $AM^2=(x-2)^2+(y+5)^2=x^2-4x+4+y^2+10y+25=x^2+y^2-4x+10y+29$
   $BM^2=(x-10)^2+(y-7)^2=x^2-20x+100+y^2-14y+49=x^2+y^2-20x-14y+149$

   b. Dire que M est un point de la médiatrice de (AB) revient à dire que $AM=MB$ ou que $AM^2=MB^2$ ce qui donne : $x^2+y^2-4x+10y+29=x^2+y^2-20x-14y+149$ soit après simplification :
   $-4x+10y+29=-20x-14y+149$ ou $16x+24y-120=0$ soit en divisant par 2 : $8x+12y-60=0$

   $12y=-8x+60$ et $y=\frac{-8}{12}x+\frac{60}{12}$ soit $y=-\frac{2}{3}x+5$

2. **a.** En procédant de la même façon , on obtient :
   $AM^2=(x-2)^2+(y+5)^2=x^2-4x+4+y^2+10y+25=x^2+y^2-4x+10y+29$
   $CM^2=(x+4)^2+(y-11)^2=x^2+8x+16+y^2-22y+121=x^2+y^2+8x-22y+137$
   $AM^2=CM^2$ donne : $12x-32y+108=0$ soit $y=\frac{3}{8}x+\frac{27}{8}$

   b. Système à résoudre pour trouver les coordonnées du centre du cercle circonscrit : $y=-\frac{2}{3}x+5$

   $y=\frac{3}{8}x+\frac{27}{8}$

On a : $-\frac{2}{3}x+5=\frac{3}{8}x+\frac{27}{8}$ ce qui donne $x=\frac{39}{25}$ et alors $y=-\frac{2}{3}\times\frac{39}{25}+5=\frac{99}{25}$

Les coordonnées du centre du cercle circonscrit sont donc $\left(\frac{39}{25};\frac{99}{25}\right)$.

Correction des exercices sur les probabilités :

Exercice 1 :

R : « le jeton est rouge », $\bar{R}$: »le jeton n'est pas rouge »
B: « le jeton est blanc »
N : « le jeton est noir »

$p(\bar{R})=p(B)+p(N)$ car les événements R, B et N sont incompatibles.

$P(\bar{R})=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$

$p(R\cup N)=p(R)+p(N)$ car les événements R et N sont incompatibles. Or on a : $p(R)=1-p(\bar{R})=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$

$p(R\cup N)=\frac{5}{12}+\frac{1}{3}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

Exercice 2 :

1. S'il l'on fait un arbre (premier niveau de branches, le choix du sandwich, deuxième niveau, le choix du dessert et troisième niveau le choix de la boisson), on aura $3\times3\times2=18$ issues, donc 18 menus possibles.
2. Il y a trois sortes de sandwichs possibles, donc la probabilité d'avoir un sandwich au thon est de $\frac{1}{3}$
3. Sur l'arbre, on constate qu'il y a 3 issues qui mènent à un sandwich au thon avec un jus d'orange. (Le choix du sandwich et de la boisson étant fixés, on a encore 3 choix de desserts) La probabilité d'avoir un sandwich au thon est donc de $\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$.

Exercice 3 :

1.

	Voyage organisé	**Club de vacances**	**Croisière**	**Total**
En famille	29	55	26	110
Seul ou entre amis	54	18	18	90
Total	83	73	44	200

2. $p(A)=\frac{110}{200}=0{,}55$ et $p(B)=\frac{44}{200}=0{,}22$ et $p(C)=\frac{200-73}{200}=\frac{127}{200}=0{,}635$

3. **a.** $A\cap B$: le client choisi part en croisière et en famille : $p(A\cap B)=\frac{26}{200}=0{,}13$

b. $A\cup B$: le client part en croisière ou part en famille :

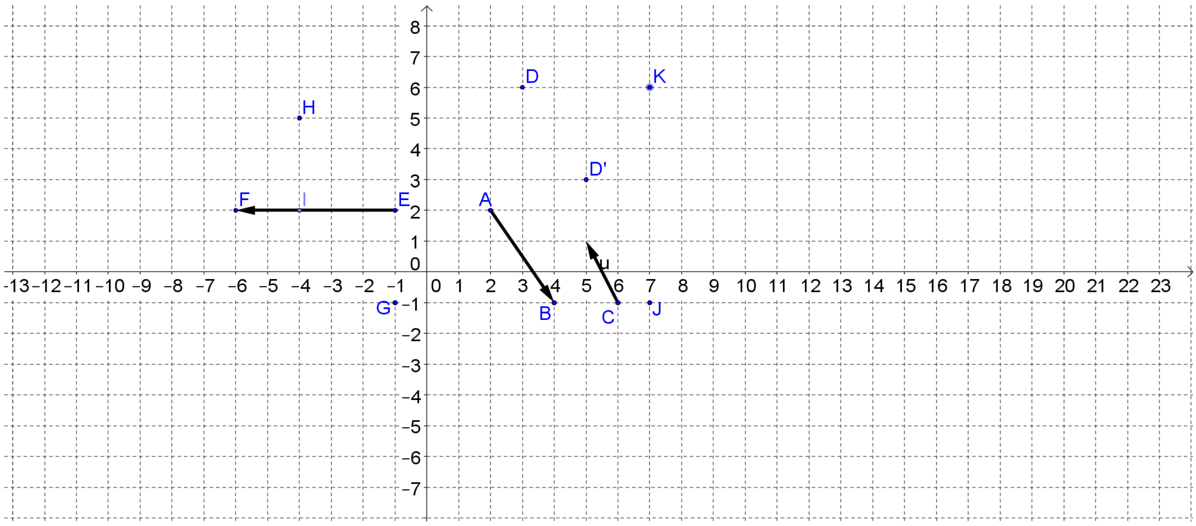
$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=\frac{110}{200}+\frac{44}{200}-\frac{26}{200}=\frac{128}{200}=0{,}64$$

4. $p=\frac{55}{110}=0{,}5$

Correction des exercices sur les vecteurs :

Exercice 1 :

1. $\overrightarrow{AB}(2;-3)$ et $\overrightarrow{EF}(-5;0)$ **5.** $-3\vec{u}(3;-6)$



Exercice 2 :

1. **a.** $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$ c'est à dire $\overrightarrow{AB}(-3-(-1);-2-4)$ ou encore $\overrightarrow{AB}(-2;-6)$
   De même $\overrightarrow{CD}(2-1;1-(-2))$ soit $\overrightarrow{CD}(1;3)$

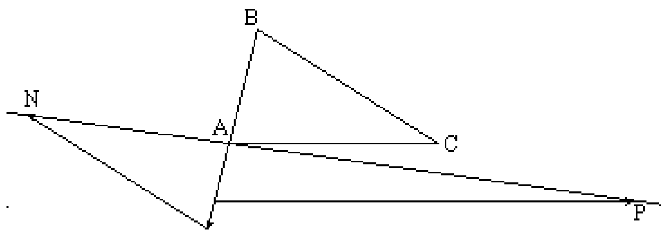
   b. D'après les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, on a : $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CD}$
   Ainsi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires et les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles.

2. $\overrightarrow{AD}(2+1;1-4)$ soit $\overrightarrow{AD}(3;-3)$ et $\overrightarrow{AM}(5+1;-2-4)$ soit $\overrightarrow{AM}(6;-6)$
   Condition de colinéarité : $3\times(-6)-6\times(-3)=0$
   La condition de colinéarité est vérifiée. Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont donc colinéaires et les points A, D et M sont alignés.

3. $\overrightarrow{DB}(-3-2;-2-1)$ Soit $\overrightarrow{DB}(-5;-3)$
   Ainsi : $2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DB}(2\times(-2)-(-5);2\times(-6)-(-3))$ soit $2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DB}(1;-9)$
   On considère $N(x;y)$. Alors $\overrightarrow{AN}(x+1;y-4)$
   $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DB}$ se traduit en termes de coordonnées par : $x+1=1$ et $y-4=-9$.
   On obtient donc : $x=0$ et $y=-5$. D'où : N(0;-5)

Exercice 3 :

1.



2. **a.** $\overrightarrow{AP}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$ (D'après l'énoncé).

   $\overrightarrow{AP}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}+2(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$ (D'après la relation de Chasles).

   $\overrightarrow{AP}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}$

   b. $-2\overrightarrow{AN}=-2(\frac{-3}{4}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC})=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AP}$ et donc les réel *k* vaut -2

   c. D'après la question **b** , $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont donc colinéaires et les points A, N et P sont alignés.